



第六章

產品組裝干擾分析與統計 公差設定



產品組裝干擾之品質特性

成品受其元件之品質特性影響，在組合時形成干擾現象，且多以尺寸方面之干擾為主，其干擾可分為長度、面積、體積、及幾何關係四種情形。



產品組裝干擾之品質特性

1. 長度之干擾： $\bar{Y} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + \bar{X}_4$

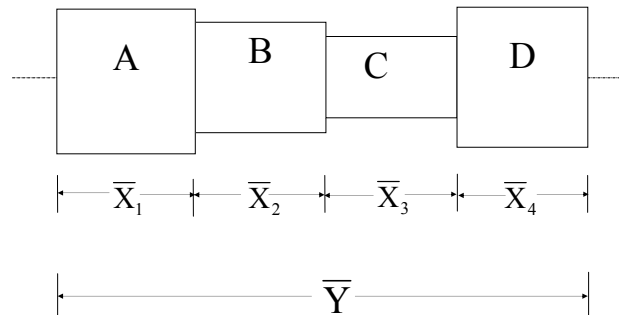


圖6.1 長度之加法性：四個元件之成品組合圖

3



產品組裝干擾之品質特性

1. 長度之干擾： $\bar{Y} = \bar{X}_1 - \bar{X}_2$

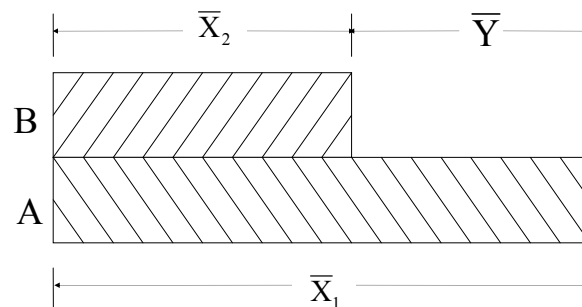


圖6.2 長度之減法性：兩個元件之成品組合圖

4



產品組裝干擾之品質特性

1. 長度之干擾： $\bar{Y} = \bar{X}_1 - (\bar{X}_2 + \bar{X}_3)$

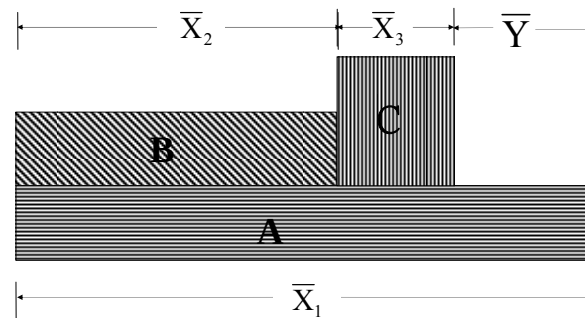


圖6.3 長度之加、減法性：三個元件之成品組合圖

5



產品組裝干擾之品質特性

1. 長度之干擾：

長度干擾情形之成品品質特性之平均數，是各組合元件間之線性組合，即

$$\bar{Y} = a_1 \bar{X}_1 + a_2 \bar{X}_2 + \cdots + a_k \bar{X}_k$$

$$\sum_{i=1}^k a_i \bar{X}_i$$

k 代表組合之元件個數， a_i 為+1或-1。而元件之品質特性值 X_i 與成品品質特性值 Y 皆為隨機變數。

6

產品組裝干擾之品質特性

1. 長度之干擾：

成品之變異方面，若各元件之品質特性均服從常態分配，令 σ_i 表各元件品質特性值之標準差， σ 表成品品質特性值之標準差，則

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^k \sigma_i^2}$$

7

產品組裝干擾之品質特性

2. 面積之干擾： $\bar{Y} = (\bar{L}_1 + \bar{L}_3) \times (\bar{W}_1 + \bar{W}_2)$

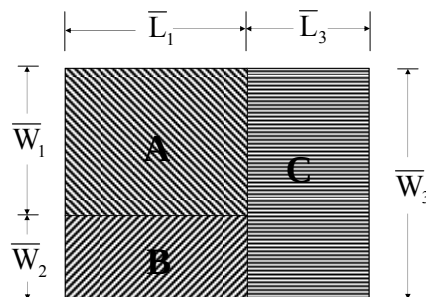


圖6.4 面積之品質特性：三個元件之成品組合圖

8

產品組裝干擾之品質特性

2.面積之干擾：標準差

$$\sigma = [(\bar{W}_1 + \bar{W}_2)^2(\sigma_{L_1}^2 + \sigma_{L_3}^2) + (\bar{L}_1 + \bar{L}_3)^2(\sigma_{W_1}^2 + \sigma_{W_2}^2) + (\sigma_{L_1}^2 + \sigma_{L_3}^2)(\sigma_{W_1}^2 + \sigma_{W_2}^2)]^{1/2}$$

9

產品組裝干擾之品質特性

3.體積之干擾： $\bar{Y} = \bar{L} \times \bar{W} \times \bar{H}$

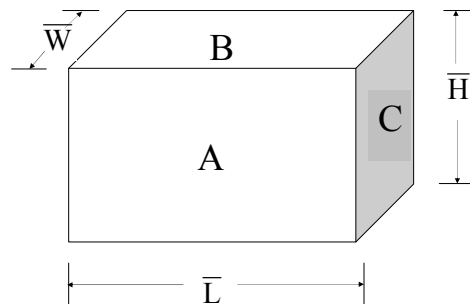


圖6.5 體積之品質特性：箱盒之例

10



產品組裝干擾之品質特性

3. 體積之干擾：標準差

$$\sigma = [\bar{W}^2 \bar{H}^2 \sigma_L^2 + \bar{L}^2 \bar{H}^2 \sigma_W^2 + \bar{L}^2 \bar{W}^2 \sigma_H^2 + \bar{H}^2 \sigma_L^2 \sigma_W^2 + \bar{W}^2 \sigma_L^2 \sigma_H^2 + \bar{L}^2 \sigma_W^2 \sigma_H^2 + \sigma_L^2 \sigma_W^2 \sigma_H^2]^{1/2}$$

11



產品組裝干擾之品質特性

4. 幾何關係之干擾： $L \cong L_1 + L_2 \cos \phi$

(1) 垂直公差 (perpendicularity tolerance)

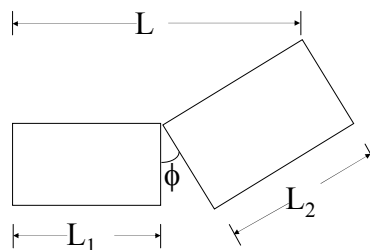


圖6.6 元件與成品垂直關係圖

12

產品組裝干擾之品質特性

4.幾何關係之干擾： $D \cong \sqrt{dx^2 + dy^2}$

(2)位置公差 (position tolerance)

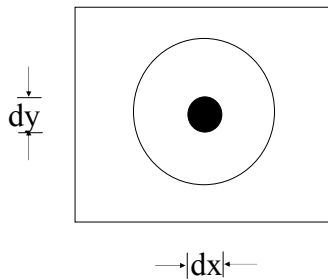


圖6.7 元件與成品位置關係圖

13

單一製品之公差界限設定

自然公差界限之設定係假設 $\bar{X}$ 及 s 與製程無異，但樣本之參數常與製程參數有若干差距，此時欲定公差界限即須應用下式

$$\bar{X} \pm ks$$

依此而定出之公差界限即為統計公差界限， k 稱為統計公差界限係數，可查表 6.1 得。

14



單一製品之公差界限設定

範例1：

從製程中隨機抽取20個樣本，測得樣本之平均數為7.250cm、標準差為0.036cm，若欲使製程之不合格率在95%信賴水準下，控制在1%內，則製程之統計公差界限應定為多少？

《解》已知 $n=20$ ， $\bar{X}=7.250$ ， $s=0.036$ ， $c=0.95$ ， $p'=1-1\%=0.99$ ，查表6.1得 $k=3.615$ 。

故製程之統計公差界限應為 $\bar{X} \pm ks$
 $=7.25 \pm 3.615(0.036)=7.120 \sim 7.380\text{cm}$

15



單一製品之公差界限設定

範例2：

若將一製品品質特性之統計公差界限定為11.50~12.50cm，並希望製程之合格率在95%以上，今從製程中隨機抽取30個樣本，測得樣本之平均數為12.0cm、標準差為0.25cm，求在95%信賴水準下，該製程之合格率是否符合期望？

16



單一製品之公差界限設定

《解》

已知 $n=30$ ， $\bar{X}=12.0$ ， $s=0.25$ ， $c=0.95$ ， $p'=0.95$

因 $\bar{X} \pm ks = 12.0 \pm k(0.25) = 11.50 \sim 12.50$ ，故 $k=2$

查表6.1，知當 $k=2$ ，在 $n=30$ ， $c=0.95$ 時，其製程之合格率小於0.90，遠低於期望之0.95。

17



元件與成品呈線性關係之統計公差設定

當成品係由A、B兩元件組成，A元件之品質特性值 $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 、B元件品質特性值 X_2 亦 $\sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 時，若兩元件與成品之品質特性值為線性關係，則成品品質特性值 Y ，亦呈常態分配，即

$$Y \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$

18



元件與成品呈線性關係之統計公差設定

設成品之公差為 δ ，平均數上下之公差界限為 Δ_Y

$$\text{則 } \delta = USL - LSL = (\mu_Y + \Delta_Y) - (\mu_Y - \Delta_Y) = 2\Delta_Y$$

若令 $\Delta_Y = k\sigma_Y$ （當 $k=3$ 時， δ 為成品之自然公差）

$$\text{則 } \delta = 2\Delta_Y = 2k\sigma_Y = 2k\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

k 值可由表6.1查得，或依製程能力需要自定之。

19



元件與成品呈線性關係之統計公差設定

當元件A、B之製程規格公差界限 Δ_1 、 Δ_2 ，亦設定為平均數上下 k 個標準差時，即 $\Delta_1 = k\sigma_1$ ，

$\Delta_2 = k\sigma_2$ ，則

$$\begin{aligned} \Delta_Y &= k\sigma_Y = k\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \\ &= \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2} \end{aligned}$$

若要求成品之製程能力指標須大於1.33，則此成品之製程規格 $\mu_Y \pm \Delta_Y$ 可依下列公式訂定之：

$$\mu_Y = \mu_1 + \mu_2, \quad \Delta_Y = k\sigma_Y = k\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}$$

其中 $k \geq 4$ 。

20



元件與成品呈線性關係之統計公差設定

範例3：

若一成品是由A、B兩元件所組成，A元件之製程平均數 μ_1 為2.50 cm，標準差 σ_1 為0.036cm，B元件之製程平均數 μ_2 為4.50 cm，標準差 σ_2 為0.032cm，兩元件之品質特性均服從常態分配。若成品與元件之公差界限係數k均定為4，請問該成品之製程均數、及規格上下限應為多少？

21



元件與成品呈線性關係之統計公差設定

《解》已知 $\mu_1=2.50$ ， $\mu_2=4.50$ ， σ_1 為0.036， σ_2 為0.032， $k=4$

設成品之製程均數為 μ_Y 、標準差為 σ_Y ，

則成品之品質特性亦服從常態分配 $\sim N(\mu_1+\mu_2, \sigma_1^2+\sigma_2^2)$

即 $\mu_Y = 2.50 + 4.50 = 7.00$ cm，

$\sigma_Y = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = 0.048$ cm

故， $USL = \mu_Y + 4\sigma_Y = 7.19$ cm

$LSL = \mu_Y - 4\sigma_Y = 6.81$ cm

22



元件與成品呈線性關係之統計公差設定

範例4：

某廠商生產8英尺長之木板，已知木板長度為常態分配，其平均數為96英寸，標準差為0.12英寸。若必須將8英尺長的木板切成7英尺，而切割之製程亦可視為為常態分配其平均數為12英寸，標準差為0.16英寸。若木板長度小於83.60英寸時，必須報廢，而木板長度大於84.40英寸時須重做，試求木板重作及報廢之百分比。

23



元件與成品呈線性關係之統計公差設定

《解》已知8英尺長木板長度服從常態分配 $\sim N(96, 0.12^2)$ ，且從8英尺木板所切下之1英尺木板亦呈常態分配 $\sim N(12, 0.16^2)$ ，故7英尺木板係呈8英尺木板與1英尺木板之線性關係，故亦呈常態分配 $\sim N(96-12, 0.12^2+0.16^2)$ ，即 $\sim N(84, 0.20^2)$ 。換言之，7英尺木板之平均值 $\mu=84$ 英寸，標準差 $\sigma=0.20$ 英寸，且呈常態分配。

24



元件與成品呈線性關係之統計公差設定

報廢之百分比：

$$\begin{aligned} P(X < 83.60) &= P\left(Z < \frac{LSL - \mu}{\sigma}\right) = P\left(Z < \frac{83.60 - 84.00}{0.20}\right) \\ &= P(Z < -2.00) = 0.0228 = 2.28\% \end{aligned}$$

重作之百分比：

$$\begin{aligned} P(X > 84.40) &= P\left(Z > \frac{84.40 - 84.00}{0.20}\right) \\ &= P(Z > 2.00) = 0.0228 = 2.28\% \end{aligned}$$

25



量測變異分析

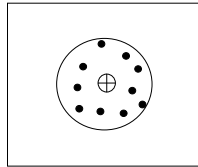
在量測技術上，有兩個基本觀念：

1. 準確度(Accuracy)：指量測平均偏離目標值之程度。
2. 精密度(Precision)：指量測值變異之大小。

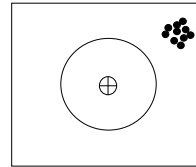
對同一物品重覆量測之結果，除極微小之自然變異外，量測數據應具準確與精密兩種性質。

26

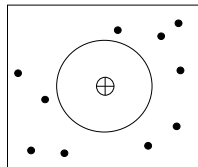
量測變異分析



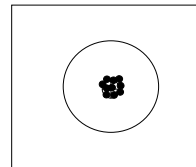
(a) 準而不精



(b) 精而不準



(c) 不準又不精



(d) 既準且精

27

量測變異分析

影響精密度有兩個主要來源：

- (1) 量具誤差(gauge error)：即同一量測者在相同環境條件下，以相同量具重覆多次量測，可能產生多種量測值，此種誤差係來自量具或量測者本身，故稱為儀器重複量測產生之誤差(repeatability，重複性)。
- (2) 量測者誤差(operator error)：即不同量測者在相同環境條件下，對同一物品之量測所產生之誤差(reproducibility，再現性)，此種誤差多半係量測者之訓練不足，未按標準方法量測之結果，變異之產生係來自不同量測者間。

28



量測變異分析

量測誤差(measurement error)之變異可定義為

$$\sigma^2_{\text{量測誤差}} = \sigma^2_{\text{量具誤差}} + \sigma^2_{\text{量測者誤差}}$$

量測值(measured values)之總變異則為真實尺寸(true dimension)之變異數與量測誤差變異數之和：

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\text{量測值}} &= \sigma^2_{\text{真實尺寸}} + \sigma^2_{\text{量測誤差}} \\ &= \sigma^2_{\text{真實尺寸}} + \sigma^2_{\text{量具誤差}} + \sigma^2_{\text{量測者誤差}}\end{aligned}$$

29



量測變異分析

量測總變異與規格公差比(P/T)常用於評估量測儀器是否能精確量測產品之品質特性，其公式為：

$$P/T = \frac{6\hat{\sigma}_{\text{量測誤差}}}{USL - LSL}$$

若 $P/T \leq 0.10$ ，則此時測量系統或量具之精密度最為適當。若 $0.1 < P/T \leq 0.25$ ，則表示此一量具之精密度雖不滿意但尚可接受。若 $P/T > 0.25$ ，則表示此一量具無法提供精密之量測值。

30



量測變異分析

範例5：

欲知一個數字顯示之電子磅稱，其量測誤差變異情形，經抽取20個樣本，每個樣本皆以此電子磅稱量測三次，得資料如表6.2，重量單位：g。

- (1)求此磅稱之量具誤差之標準差
- (2)若量測值之標準差經利用 $\bar{X}-R$ 管制圖抽樣量測結果，計算得 $\hat{\sigma}_{\text{量測值}}=1.45\text{g}$ ，求其真實尺寸之標準差。
- (3)若規格公差為 $USL=122\text{g}$ ， $LSL=119\text{g}$ ，請計算 P/T 比值，並評估此電子磅稱之精密度是否合格。

31



量測變異分析

《解》本題之量具為顯示重量數字之電子磅秤且僅有一位量測人員，故無量測者間之再現性誤差，只有電子磅秤之量具誤差(即重複性誤差)。將量測三次之資料整理，得平均之量測值 $\bar{X}=120.910\text{g}$ ， $\bar{R}=0.099\text{g}$ 。

(1)由R管制圖可查知表6.2中第10筆樣本的R值(0.47)超出管制上限(見下頁)應予刪除。而經刪除異常點後的 $\bar{R}=0.0795\text{g}$ 再藉由 $\hat{\sigma}=\bar{R}/d_2$ 之公式，可求得

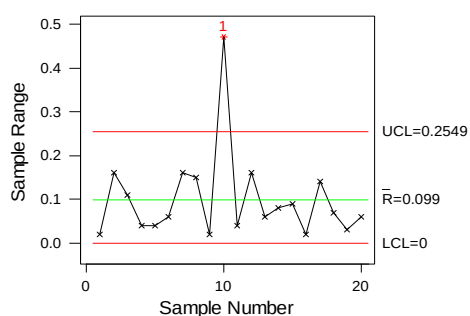
$$\hat{\sigma}_{\text{量具誤差}} = 0.0795/1.693 = 0.04696\text{g}$$

其中 $d_2=1.693$ 係查表4.1中當 $n=3$ 時之值。

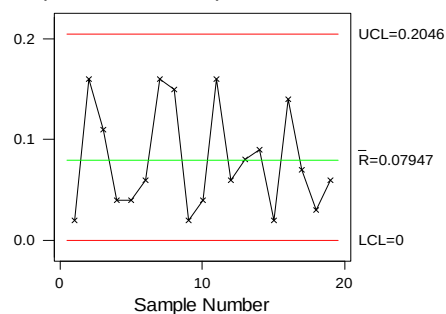
32



電子磅稱量測數據之R管制圖



電子磅稱量測數據之R管制圖
(刪除第10筆資料)



33



量測變異分析

(2)因無量測者誤差，故 $\sigma^2_{\text{量測誤差}} = \sigma^2_{\text{量具誤差}}$

且因 $\sigma^2_{\text{量測值}} = \sigma^2_{\text{真實尺寸}} + \sigma^2_{\text{量測誤差}}$

$$\begin{aligned} \text{故 } \sigma^2_{\text{真實尺寸}} &= \sigma^2_{\text{量測值}} - \sigma^2_{\text{量測誤差}} \\ &= \sigma^2_{\text{量測值}} - \sigma^2_{\text{量具誤差}} \\ &= 1.45^2 - 0.04696^2 = 2.100 \end{aligned}$$

即， $\hat{\sigma}_{\text{真實尺寸}} = 1.449\text{g}$ 。

34



量測變異分析

(3) 因 $P/T =$

$$\frac{6\hat{\sigma}_{\text{量測誤差}}}{USL - LSL} = \frac{6(0.04696)}{122 - 119} = 0.0939 = 9.39\%$$

由於此電子磅秤之 P/T 比值小於 0.10，故其精密度十分良好，不需調整或校正，可繼續使用。