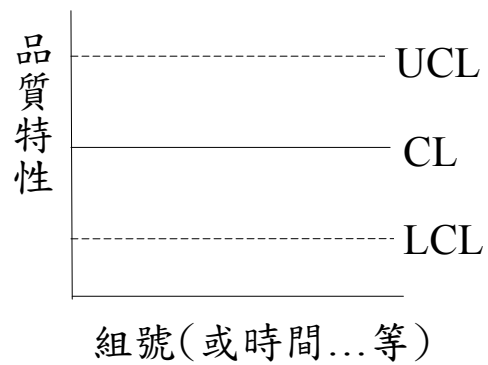


## 第四章

### 計量值管制圖

#### 管制圖基本概念

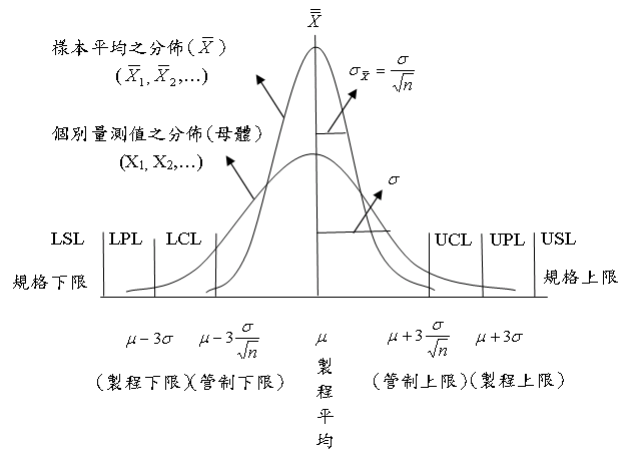
##### 管制圖基本結構





## 管制圖基本概念

### 管制圖之設計原理



3



## 管制圖基本概念

品質變異之原因：

### ■ 機遇原因

為自然現象，不需特別處理

### ■ 非機遇原因

要特別注意並採取行動。常以5M分析原因：

- Man
- Machine
- Material
- Method
- Measurement

4



## 管制圖基本概念

### 計量值與計數值

- 計量值：可用量測儀器如游標卡尺、微量器等實際度量其體積、厚度、抗拉強度、溫度、重量等，則此種品質特性之量測值為計量值。計量值之數據通常可以有小數點，且小數點位數可無限多。
- 計數值：品質特性值是依Go/No-Go來衡量時，則量測結果之資料即為計數值。如，有多少個產品符合、或一件產品有幾個缺點等。

5



## 管制圖基本概念

### 管制圖之種類

- 計量值管制圖
  - 平均數與全距管制圖
  - 平均數與標準差管制圖
  - 個別值與移動全距管制圖
  - 其他計量值管制圖(如中位數與全距管制圖、機率管制圖、趨勢管制圖、...)

6



## 管制圖基本概念

- 計數值管制圖
  - 不合格率管制圖
  - 不合格數管制圖
  - 缺點數管制圖
  - 單位缺點數管制圖

7



## 管制圖基本概念

### 管制圖使用時機

製程必須符合下列兩種情況之一：

- 大量生產或連續生產。
- 雖非大量生產或連續生產，但係重複性生產。

8

## 平均數與全距管制圖( $\bar{X}$ -R 圖)

- $\bar{X}$ 管制圖即用以瞭解製程平均值之變化，  
R管制圖用來瞭解製程變異之變化。

- 管制界限公式

- 在製程 $\mu$ 及 $\sigma$ 未知情況下

$\bar{X}$  管制圖：

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$$

$$CL = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

9

## 平均數與全距管制圖( $\bar{X}$ -R 圖)

- 管制界限公式

- 在製程 $\mu$ 及 $\sigma$ 未知情況下

R管制圖：

$$UCL = D_4 \bar{R}$$

$$CL = \bar{R}$$

$$LCL = D_3 \bar{R}$$

10



## 平均數與全距管制圖( $\bar{X}$ -R 圖)

### ■ 管制界限公式

- 在製程 $\mu$ 及 $\sigma$ 已知情況下

$\bar{X}$ 管制圖：

$$UCL = \mu + A\sigma$$

$$CL = \mu$$

$$LCL = \mu - A\sigma$$

11



## 平均數與全距管制圖( $\bar{X}$ -R 圖)

### ■ 管制界限公式

- 在製程 $\mu$ 及 $\sigma$ 已知情況下

R管制圖：

$$UCL = D_2\sigma$$

$$CL = d_2\sigma$$

$$LCL = D_1\sigma$$

12

## 平均數與全距管制圖( $\bar{X}$ -R 圖)

範例 1：某公司為管制其生產之材料硬度，自2/1日起連續四天每天抽取五組樣本，每組樣本均含四個樣本之測定值，資料如表4.2，請計算管制界限並繪製管制圖。

解：試用管制界限：

$\bar{X}$  圖： CL=78.6

UCL=78.6+0.729(1.665)=79.81

LCL=78.6-0.728(1.665)=77.39

R 圖： CL=1.665

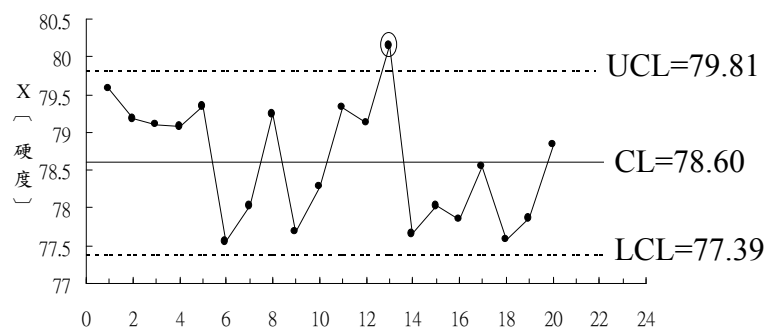
UCL=2.282(1.665)=3.80

LCL=0(1.665)=0

13

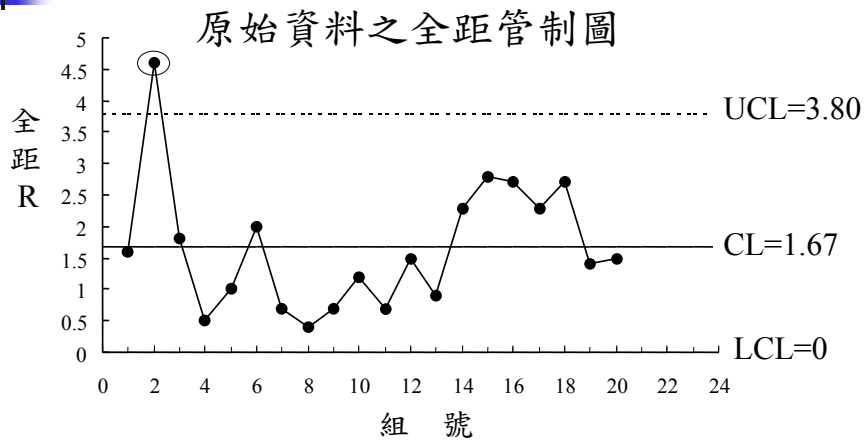
## 範例1：試用管制圖—X Bar 圖

原始資料之平均數管制圖



14

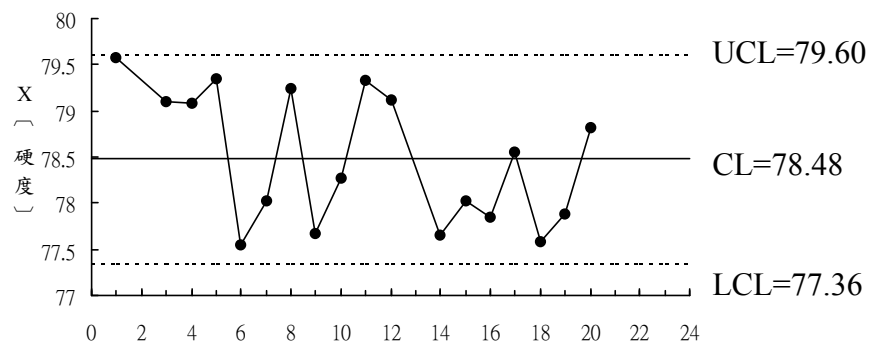
## 範例1：試用管制圖—R 圖



15

## 範例1:修正試用管制圖—X Bar 圖

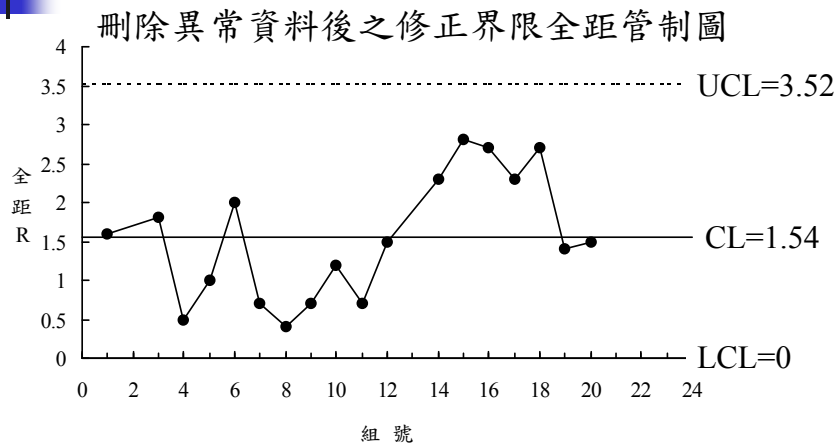
刪除異常資料後之修正界限平均數管制圖



16



## 範例1:修正試用管制圖—R 圖



17

## 範例1:正式管制界限

試用管制界限試用一段期間無誤，且累積製程數據，得  $\mu=78.50$ ， $\sigma=0.72$ ，則

正式管制界限：

$\bar{X}$  圖：  $CL=78.50$

$UCL=78.50+1.500(0.72)=79.58$

$LCL=78.50-1.500(0.72)=77.42$

R 圖：  $CL=2.059(0.72)=1.48$

$UCL=4.698(0.72)=3.38$

$LCL=0(0.72)=0$

18



## 平均數與標準差管制圖

- 管制界限公式
  - 在製程 $\mu$ 及 $\sigma$ 未知情況下

$\bar{X}$  管制圖：

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S}$$

$$CL = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}$$

19



## 平均數與標準差管制圖

- 管制界限公式
  - 在製程 $\mu$ 及 $\sigma$ 未知情況下

S 管制圖：

$$UCL = B_4 \bar{S}$$

$$CL = \bar{S}$$

$$LCL = B_3 \bar{S}$$

20



## 平均數與標準差管制圖

- 管制界限公式
    - 在製程 $\mu$ 及 $\sigma$ 已知情況下
- $\bar{X}$  管制圖：
- $$UCL = \mu + A\sigma$$
- $$CL = \mu$$
- $$LCL = \mu - A\sigma$$

21



## 平均數與標準差管制圖

- 管制界限公式
    - 在製程 $\mu$ 及 $\sigma$ 已知情況下
- $\sigma$  管制圖：
- $$UCL = B_6\sigma$$
- $$CL = c_4\sigma$$
- $$LCL = B_5\sigma$$

22



## 平均數與標準差管制圖

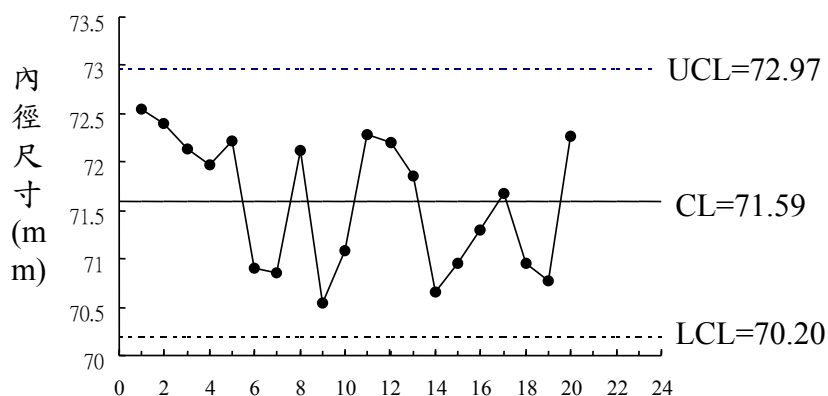
範例2：

某公司生產精密U型環管零件，為管制其內徑尺寸(mm)，自5/21日起連續五天每天抽取四組樣本，每組樣本均含五個樣本之測定值，資料如表4.4所示(表中平均數、標準差S，及管制界限係計算所得)，請計算管制界限並繪製管制圖。

23



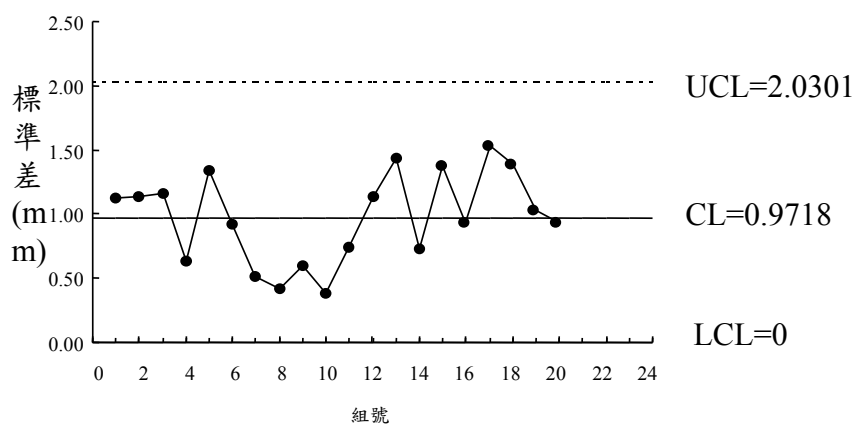
## 範例2： $\bar{X}$ 圖



24



## 範例2：S圖



25



## 個別值與移動全距管制圖

管制界限公式如下：

IX 管制圖：CL=  $\bar{\bar{X}}$

$$UCL = \bar{\bar{X}} + E_2 \bar{\bar{R}}_m$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - E_2 \bar{\bar{R}}_m$$

$\bar{R}_m$  管制圖：CL=  $\bar{\bar{R}}_m$

$$UCL = D_4 \bar{\bar{R}}_m$$

$$LCL = D_3 \bar{\bar{R}}_m$$

26



## 個別值與移動全距管制圖

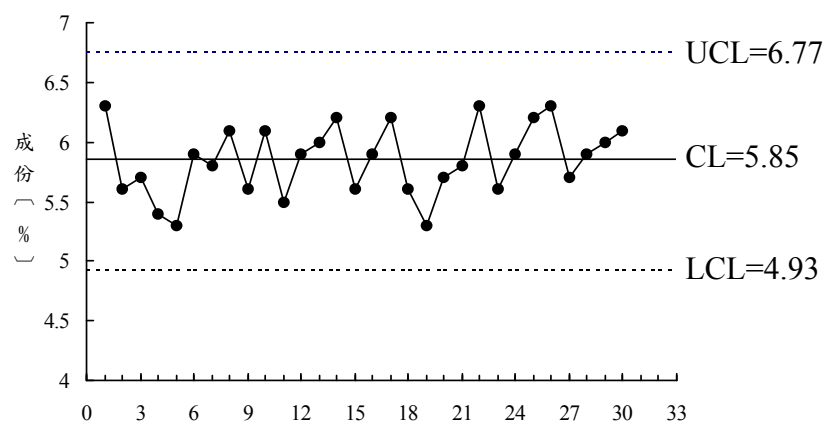
範例3：

某製藥公司生產一高價藥劑，為管制其主要成份之劑量比例(%)，隨機抽取30個樣本測量，得資料如表4.6所示，今採取移動週期數，請計算管制界限並繪製管制圖。

27



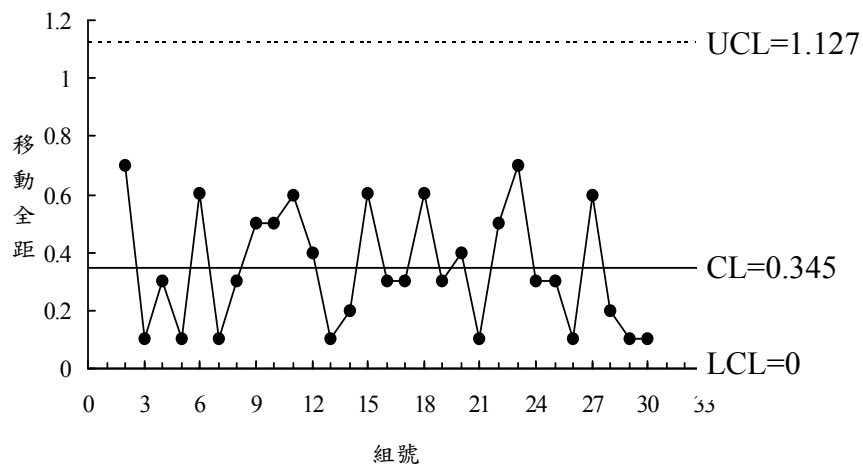
## 範例3：IX圖



28



### 範例3：R<sub>m</sub>圖



29



### 其他計量值管制圖

中位數與全距管制圖 ( $\tilde{X}-R$  圖)

$$\begin{aligned}
 \tilde{X} \text{ 圖: } & \text{CL} = \bar{\tilde{X}} \\
 & \text{UCL} = \bar{\tilde{X}} + m_3 A_2 \bar{R} \\
 & \text{LCL} = \bar{\tilde{X}} - m_3 A_2 \bar{R} \\
 R \text{ 圖: } & \text{CL} = \bar{R} \\
 & \text{UCL} = D_4 \bar{R} \\
 & \text{LCL} = D_3 \bar{R}
 \end{aligned}$$

30



## 其他計量值管制圖

機率管制圖（以點子落於UCL或LCL外之機率為0.010為例）

$\bar{X}$  圖：(製程 $\mu$ 及 $\sigma$ 未知)

$$\begin{aligned} CL &= \bar{\bar{X}} \\ UCL &= \bar{\bar{X}} + 0.859A_2\bar{R} \\ LCL &= \bar{\bar{X}} - 0.859A_2\bar{R} \end{aligned}$$

R圖：

$$\begin{aligned} CL &= \bar{R} \\ UCL &= D_{0.995}\bar{R} \\ LCL &= D_{0.005}\bar{R} \end{aligned}$$

31



## 其他計量值管制圖

趨勢管制圖

$\bar{X}$  圖：

$$\begin{aligned} CL &= a+bt \\ UCL &= a+bt+ A_2\bar{R} \\ LCL &= a+bt- A_2\bar{R} \end{aligned}$$

R圖：

$$\begin{aligned} CL &= \bar{R} \\ UCL &= D_4\bar{R} \\ LCL &= D_3\bar{R} \end{aligned}$$

32





### 範例4：(趨勢管制圖)

某產品係利用模具生產，其外部尺寸之製造規格要求為 $22.50 \pm 0.05\text{mm}$ 。今為管制該產品之外部尺寸，使用之趨勢管制圖管制。自製程中每隔半小時抽檢一組大小為5之樣本組共21組，檢測後之外部尺寸資料如表4.10。請計算管制界限並繪製之趨勢管制圖，並研判模具應多久即需更換？

33



### 範例4：(趨勢管制圖)

$$\bar{X}\text{圖} : CL=a+bt=22.505+0.004013\times t$$

$$UCL=a+bt+A_2\bar{R} = 22.505+0.004013\times t + 0.577\times 0.0348 = 22.525+0.004013\times t$$

$$LCL=a+bt-A_2\bar{R} = 22.505+0.004013\times t - 0.577\times 0.0348 = 22.525-0.004013\times t$$

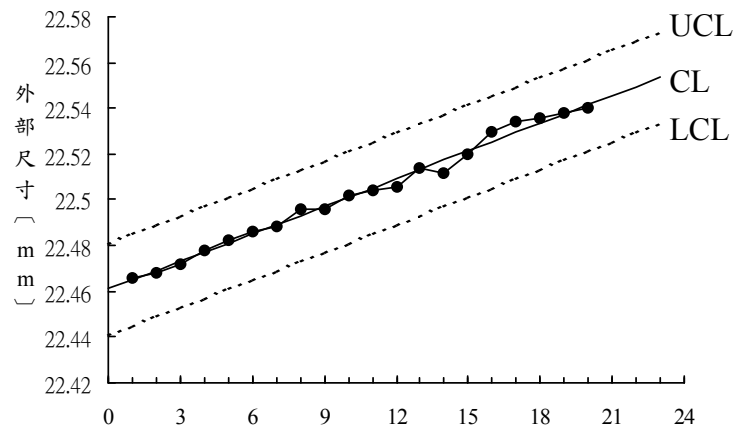
$$R\text{圖} : CL=0.0348$$

$$UCL=2.115\times 0.0348=0.0736$$

$$LCL=0\times 0.0348=0$$

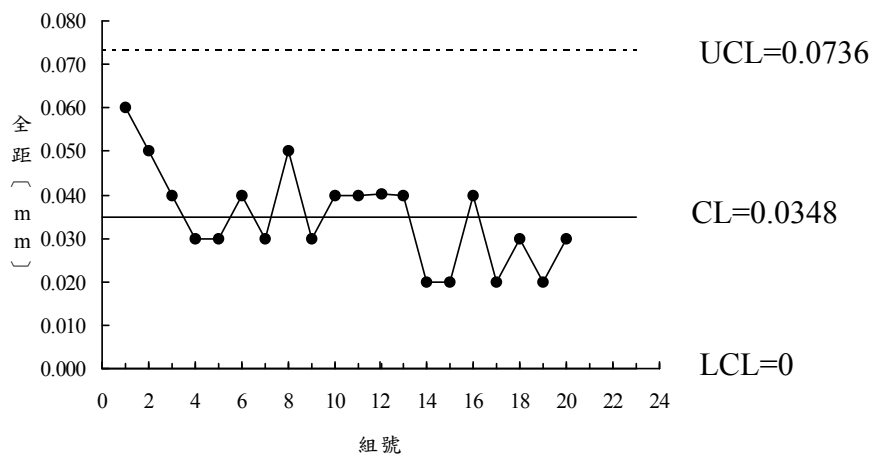
34

## 範例4：(趨勢管制圖) $\bar{X}$ 圖



35

## 範例4：(趨勢管制圖)R圖



36

## 範例4：(模具更換時間)

本例中之規格公差ST為22.55-22.45 mm=0.10 mm，而 $\sigma = \bar{R}/d_3 = 0.0348/2.326 = 0.015$  mm，雖 $ST/\sigma = 6.67$ ，即規格公差遠大於自然公差( $6\sigma$ )但 $Cpk < 1.33$ 。若選擇模具尺寸之最高與最低安全平均數為規格中心 $\pm 4\sigma$ 處，即( $Cpk = 1.33$ 參見第5章)規格上界為 $22.50 + 4\sigma = 22.56$  mm、規格下界為 $22.50 - 4\sigma = 22.44$  mm。

故所需更換之時間 $t = 29.90 \approx 30$ 次。因每次抽取之間格時間為半小時，故模具應每使用15小時即需更換。

37

## 其他計量值管制圖

### 最大與最小值管制圖 (L-S 圖)

$$\begin{aligned}\bar{X} \text{ 圖 : } & CL = (\bar{L} + \bar{S})/2 \\ & UCL = (\bar{L} + \bar{S})/2 + A_9 \bar{R} \\ & LCL = (\bar{L} + \bar{S})/2 - A_9 \bar{R} \\ R \text{ 圖 : } & CL = \bar{R} \\ & UCL = D_4 \bar{R} \\ & LCL = D_3 \bar{R}\end{aligned}$$

38

## 其他計量值管制圖

### 修正界限管制圖

$\bar{X}$  圖：CL =  $\mu$

$$UCL = S_U - (4\sigma - A\sigma) = S_U - (4 - \frac{3}{\sqrt{n}})\sigma$$

$$LCL = S_L + (4\sigma - A\sigma) = S_L + (4 - \frac{3}{\sqrt{n}})\sigma$$

R 圖：CL =  $d_2\sigma$

$$UCL = D_2\sigma$$

$$LCL = D_1\sigma$$

39

## 其他計量值管制圖

### 範例5：(修正界限管制圖)

為及早就管制某製品之內徑，考慮以製造規格 $10.00 \pm 0.05$  mm為基準先建立管制界限，並以每組樣本大小 $n=5$ 進行抽檢。請依此設定之修正管制界限。

40

## 其他計量值管制圖

$\bar{X}$ 圖：CL=10.00 mm

$$UCL = 10.05 - (4 - \frac{3}{\sqrt{5}})(0.0125) = 10.017 \text{ mm}$$

$$LCL = 9.95 + (4 - \frac{3}{\sqrt{5}})(0.0125) = 9.983 \text{ mm}$$

R圖：CL= 2.326×0.0125=0.029 mm

$$UCL = 4.918 \times 0.0125 = 0.061 \text{ mm}$$

$$LCL = 0 \times 0.0125 = 0 \text{ mm}$$

41

## 累和(CuSum)管制圖

- 累和管制圖，通常稱作“CuSum control chart”，是用來偵測製程平均是否出現微量變動之有效工具。累和管制圖之累積和 $S_t$ ，如下所示，係代表 $t$ 組製程平均 $(\bar{x}_t)$ 偏離目標值( $T$ )的累積和

$$S_t = \sum_{i=1}^t (\bar{x}_i - T)$$

42



## 累和(CuSum)管制圖

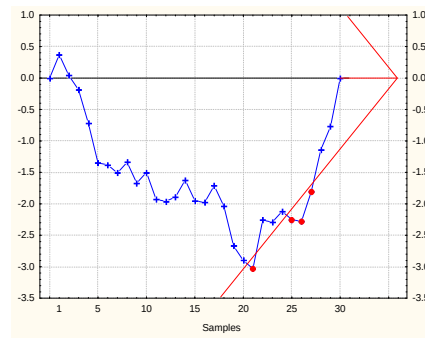
- 累和管制圖的特色是利用V型量規(template)來監製程的變化

$d_c$ 為V型量規頂點到資料中某處之距離，其中 $E_{C,\alpha}$ 是型 I 誤差的機率係數

$$d_c = E_{C,\alpha} \left[ \frac{\sigma/\sqrt{n}}{D_c} \right]$$

V型量規之角度，其中 $y_c$ 為所選擇的尺度因子， $D_c$ 為欲偵測品質特性值之移動量

$$\theta_c = \tan^{-1} \left( \frac{D_c}{2y_c} \right)$$



43



## 範例6

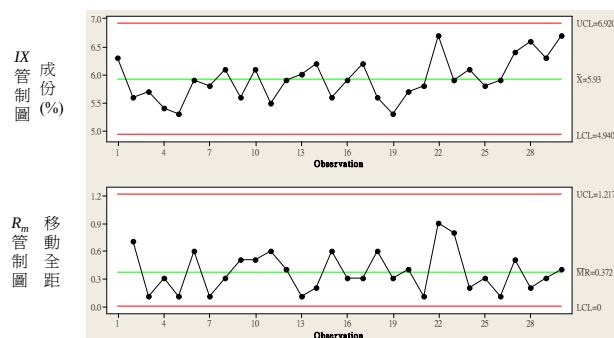
某製藥公司生產某高價藥劑，為監控其主要成份藥劑含量之比例(%)，今隨機抽取30個樣本進行量測，其資料如下表所示。與範例3相較，本數值實例最後10筆資料(如表4.12中之第3列)的藥劑量含量比例呈現往上移動之趨勢。試計算累和管制界限並繪製管制圖。

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 6.3 | 5.6 | 5.7 | 5.4 | 5.3 | 5.9 | 5.8 | 6.1 | 5.6 | 6.1 |
| 5.5 | 5.9 | 6.0 | 6.2 | 5.6 | 5.9 | 6.2 | 5.6 | 5.3 | 5.7 |
| 5.8 | 6.7 | 5.9 | 6.1 | 5.8 | 5.9 | 6.4 | 6.6 | 6.3 | 6.7 |

44

## 範例6

- IX-Rm管制圖無法偵測出最後10筆資料之製程平均已呈向上移動之趨勢



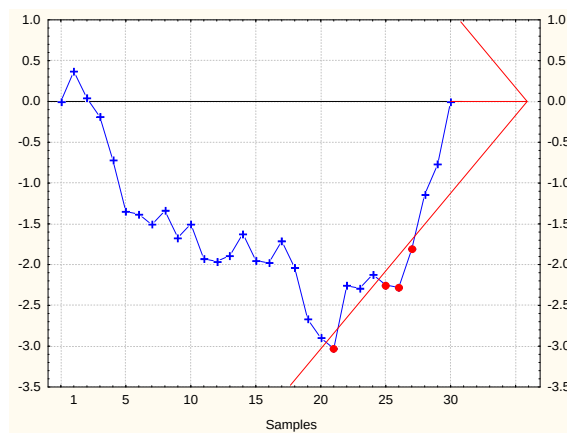
45

## 範例6

$$d_c = E_{C,\alpha} \left[ \frac{\sigma/\sqrt{n}}{D_c} \right] = 5.99 * 1.0 = 5.99$$

$$\theta_c = \tan^{-1} \left( \frac{D_c}{2y_c} \right) = 52.77^\circ$$

製程第26點後已明顯呈現向上移動之趨勢直到第30點時



46



## 改良型之CuSum管制圖

其原理為透過下列兩個累加器的計算設計，達到偵測製程平均是否呈向上移動或向下移動趨勢

以上累加器： $S_H(i) = \max[0, \bar{x}_i - (T + K) + S_H(i-1)]$

以下累加器： $S_L(i) = \max[0, (T - K) - \bar{x}_i + S_L(i-1)]$

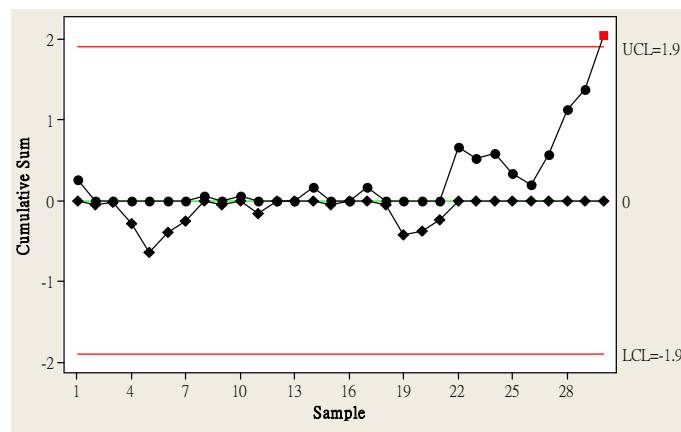
$T$ 為目標值、 $K$ 為欲偵測製程變動大小(以  $\delta$  倍標準差表示)的一半，若欲偵測之移動則  $K=1.5\sigma$ 、管制界限 $H$ 常設為 $H=4\sigma$ 或 $H\sigma$ 。

47



## 範例6

- 製程在第30點時，已明顯脫離管制狀態



48



## 指數加權移動平均(EWMA)及 指數加權移動偏差(EWMD)管制圖

另一種偵測製程微量變動的有效工具，指數加權移動平均是將過去資料中的每一個點給予其一個權數的移動平均，而這些權數會以指數衰退的形式從目前到過去的值逐漸遞減。因此，當較大的權數是給予最近的資料時，移動平均傾向於反映最近的製程表現。觀測值的權數是隨著時間遞減的指數函數，如下所示：

$$W_{j-k} = r(1-r)^k$$

其中權數因子 $r$ 介於0到1之間，當 $r$ 的值很小時，在樣本點 $j$ 的移動平均會攜帶大量過去的資料訊息。在選擇 $r$ 時，Montgomery(2009)建議 $r$ 介於0.05與0.25之間時，EWMA管制圖偵測的效果較佳

49

## EWMA及EWMD管制圖

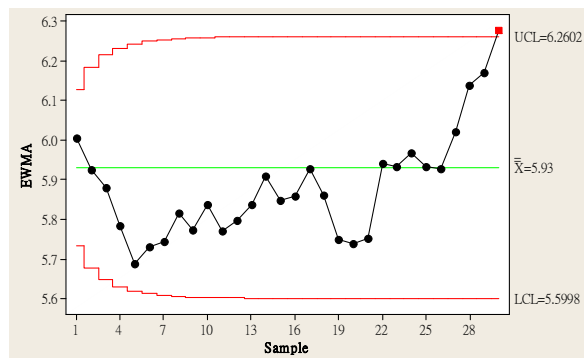
### ■ 管制界限與中心線

$$\text{EWMA:} \begin{cases} UCL_A = \bar{x} + A^*s \\ LCL_A = \bar{x} - A^*s \\ \text{中心線} = \bar{x} \end{cases} \quad \text{EWMD:} \begin{cases} UCL_V = D_2^*s \\ LCL_V = D_1^*s \\ \text{中心線} = sd_2^* \end{cases}$$

50

## 範例6

- 製程在第30點時，已明顯脫離管制狀態 ( $r=0.2$ )



51